

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент математики
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и
методической работе

_____ Е.А. Каменева

02.12.2022 г.

Путко Б.А.

Анализ временных рядов

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
ОП «Прикладная математика и информатика»
(Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах)

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №26 от 24.11.2022 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного Департамента математики
(протокол №5 от 28.10.2022 г.)*

Москва 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1.Наименование дисциплины.....	2
2.Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	2
3.Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	2
4.Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.....	3
5.Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	3
5.1. Содержание дисциплины.....	3
5.2. Учебно-тематический план.....	4
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	5
6.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	6
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	6
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю.....	7
7.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	15
8.Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	18
9.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	19
10.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	20
11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	20
12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	21

1. Наименование дисциплины

«Анализ временных рядов».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-1	Способность анализировать финансовую информацию, рассчитывать финансовые показатели, в том числе, в условиях неопределенности	1. Владеет методиками расчета финансовых показателей, в том числе в условиях неопределенности.	Знать Основные финансовые показатели и математическую формулировку соотношений между ними. Уметь Строить регрессионные модели, проводить анализ моделей.
		2. Рассчитывает и интерпретирует финансовые показатели на основе финансовой информации.	Знать базовые модели временных рядов, используемые для описания финансовых процессов. Уметь Использовать программные средства (R, Matlab и др.) для расчетов финансовых показателей.
		3. Анализирует финансовую информацию, представленную в различной форме, с использованием современного инструментария.	Знать формулировки моделей, используемых в современной финансовой математике. Уметь адаптировать общие модели для решения конкретной задачи в исследуемой области.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Анализ временных рядов» относится к Циклу профиля (элективный) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладная математика и информатика» (Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах).

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з./е. и часах)	Семестр 6 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3 з./е., 108 ч.	108
<i>Контактная работа</i> <i>- Аудиторные занятия</i>	50	50
Лекции	16	16
Семинары, практические занятия	34	34
<i>Самостоятельная работа</i>	58	58
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

1. Случайные процессы и их количественные характеристики.

Определение случайного процесса. Траектории. Непрерывные случайные процессы. Процессы с независимыми приращениями. Винеровский процесс и броуновское движение. Дискретные случайные процессы. Автокорреляционная функция. Стационарные процессы.

2. Временные ряды.

Модели динамики временного ряда. Операторы лага и разности. Модели авторегрессии и скользящего среднего. Модели ARMA(p,q). Условие стационарности ряда ARMA(1,1) и AR(2,0). Модели ARIMA и ARFIMA. Модели условной гетероскедастичности.

3. Нестационарные ряды.

Случайное блуждание. Проблема единичного корня. Тест Дики-Фуллера. Расширенный (augmented) тест Дики-Фуллера. Модели. Коинтегрируемость. Коинтеграционный тест. Ложная регрессия. Причинность. Тест Гренджера.

4. Самоподобие случайных процессов и временных рядов.

Индекс Херста. Длинная память. Персистентные и антиперсистентные ряды. Оценивание индекса Херста методом дисперсий и с помощью RS-анализа. Фрактальное броуновское движение. Моделирование финансовых рядов с использованием фрактального броуновского движения.

5. Тренды.

Линейные и нелинейные тренды. Признак экспоненциального тренда. Квазициклические тренды. Удаление тренда.

6. Выделение детерминированной составляющей.

Динамические системы. Потoki и каскады. Устойчивость. Аттракторы. Детерминистский хаос. Признаки наличия детерминированной составляющей. Корреляционный интеграл. Восстановление фазового пространства. Метод ложных соседей. Фракталы, фрактальная размерность. Фрактальная размерность странных аттракторов нелинейных динамических систем.

5.2. Учебно-тематический план

п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа – Аудиторная работа			Самостоя- тельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семина- ры, прак- тические занятия		
1.	Случайные процессы и их количественные характеристики	18	8	2	6	10	Решение задач на практических заня- тиях. Самостоятельная работа. Опрос.
2.	Временные ряды	18	8	2	6	10	Решение задач на практических заня- тиях. Самостоятельная работа. Опрос.
3.	Нестационар- ные ряды	18	12	4	8	6	Решение задач на практических заня- тиях. Самостоятельная работа. Опрос.

4.	Самоподобие случайных процессов и временных рядов	18	12	4	8	6	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Опрос.
5.	Тренды	10	4	2	2	6	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Опрос.
6.	Выделение детерминированной составляющей	26	6	2	4	20	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Опрос.
В целом по дисциплине		108	50	16	34	58	Согласно учебному плану: контрольная работа
Итого в %			46	32	68	54	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Случайные процессы и их количественные характеристики	Рассмотрение свойств количественных характеристик временных рядов на примерах рядов логарифмов цен закрытия акций. <i>Рекомендуемые источники: (8.1, 8.2)</i>	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Временные ряды	Модели ARIMA и GARCH. Прогнозирование на основе этих моделей. Тестирование ценовых рядов на нестационарность, коинтегрируемость и причинность. Сравнение результатов стандартного теста Дики-Фуллера и его расширенных вариантов. <i>Рекомендуемые источники: (8.1)</i>	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме
Нестационарные ряды	Сравнение результатов простого теста Дики-Фуллера и его расширенных модификаций для рядов логарифмов цен. Проведение коинтеграционных тестов и тестов на причинность для рядов цен акций. <i>Рекомендуемые источники: (8.1, 8.4, 8.5)</i>	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме

Самоподобие случайных процессов и временных рядов	Расчет значений индекса Херста для рядов фондовых индексов. Моделирование ценовых рядов фрактальным броуновским движением. <i>Рекомендуемые источники: (8.1, 8.3)</i>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы
Тренды	Экспоненциальные тренды в ценовых рядах. Переход к линейным трендам в рядах догарифмов. <i>Рекомендуемые источники: (8.1, 8.2.)</i>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы
Выделение детерминированной составляющей	Выделение детерминированной составляющей для временного ряда S&P500, все этапы. <i>Рекомендуемые источники: (8.1, 8.3)</i>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Случайные процессы и их количественные характеристики	Асимптотическое поведение автокорреляционной функции процессов с длинной памятью.	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Временные ряды	Проверка стационарности рядов доходностей акций. Проверка рядов доходностей на однородность с помощью теста Колмогорова-Смирнова. Тесты Стьюдента и Фишера для различных подвыборок рядов доходностей.	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Нестационарные ряды	Признаки мнимой регрессии. Статистика Дарбина-Уотсона ряда остатков мнимой регрессии.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Самоподобие случайных процессов и временных рядов	V-статистика. Непериодические циклы.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

Тренды	Линейные и нелинейные тренды. Удаление тренда с помощью оператора разности.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию
Выделение детерминированной составляющей	Свойства нелинейных динамических систем. Детерминированный хаос на примере логистической кривой. Показатели Ляпунова.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные вопросы к контрольной работе

1. Законы арксинуса. Появление длинных трендов в рядах процессов случайного блуждания.
2. Операторы дифференцирования и интегрирования временных рядов. Классы $I(d)$.
3. Условие стационарности авторегрессионных рядов.
4. Распределение оценки метода наименьших квадратов модели авторегрессии в случаях стационарного ряда и случайного блуждания. Проблема единичного корня. Таблица критических значений Дики-Фуллера. Реализация в R.
5. Коинтегрируемость. Таблица критических значений Мак-Киннона.
6. Тест Грейнджера.

Справочный материал для выполнения контрольной работы.

Определение понятия.

Временной ряд $Y(t)$ называется слабо стационарным, если выполняются следующие три условия:

- 1 $E[Y(t)] = \mu$ - постоянно для всех t
- 2 $D[Y(t)] = \sigma^2$ - постоянна для всех t
- 3 $Cor[Y(t), Y(t-k)] = acf(k)$ - постоянна для всех t .

Нарушение первого условия становится графически очевидным при наличии длинных трендов. Стационарные ряды обладают как правило короткими трендами и постоянно перескакивают через свое среднее значение (особенно, если распределение случайных величин $Y(t)$ симметрично или почти симметрично).

Тренды могут образовываться, если у ряда имеется детерминированная компонента $f(t)$, то есть случайная величина $Y(t)$ имеет вид

$$Y(t) = f(t) + \varepsilon(t) \quad (1)$$

В этом случае можно попробовать убрать тренд, оценив детерминированную компоненту $f(t)$ с помощью регрессии. Если нет явных зрительных противоречий, предпочтение отдается линейному тренду

$$f(t) = \mu + ct \quad (2)$$

Иногда более адекватно рассматривать экспоненциальные тренды. Для выявления таких трендов стоит попробовать регрессию на полином $f(t) = \mu + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3$. При этом оценки при увеличении показателя степеней резко уменьшаются, но значимость (то есть t -статистика) практически не меняются. Если выявляется экспоненциальный тренд, обычно от исходного ряда переходит к ряду из логарифмов.

Однако длинные тренды могут возникать и в чисто случайном ряде. Причиной может быть то обстоятельство, что ряд представляет собой *обобщенное случайное блуждание*.

Простое случайное блуждание представляет собой процесс вида:

$$Y(t+1) = Y(t) + R(t) \quad (3)$$

где $R(t) \square i.i.d.$

В этом случае члены ряда представляют собой кумулятивные суммы:

$$Y(t) = \sum_{s=1}^t R(s) \quad (4)$$

Рассмотрим величины $\frac{P[Y(1) < 0] + \dots + P[Y(n) < 0]}{n}$ и пусть

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P[Y(1) < 0] + \dots + P[Y(n) < 0]}{n} = \alpha \in (0,1) \quad (5)$$

(строго внутри интервала). Имеет место

Теорема

Пусть $k(n)$ - доля моментов времени, в которых значение $Y(t)$ положительно. Тогда распределение случайной величины $k(n)$ стремится к распределению, плотность которого имеет вид

$$\varphi(x) = \frac{\sin(\pi\alpha)}{\pi} \cdot \frac{1}{x^\alpha (1-x)^{1-\alpha}} \quad (6)$$

при $x \in (0,1)$ и 0 при остальных значениях x . Распределение (6) называется *обобщенным распределением арксинуса*. В случае когда величины $R(t)$ имеют симметричное распределение с нулевой медианой, $\alpha = \frac{1}{2}$ и плотность (6) соответствует функции распределения вида

$$F(x) = \frac{2}{\pi} \arcsin(\sqrt{x}) \quad (7)$$

Таким образом оказывается, что случайный процесс на каждом большом промежутке времени вероятнее всего будет находиться на одной стороне от начального положения, что и обуславливает наличие длинных трендов.

При этом нестационарность ряда обусловлена не нарушением условия постоянства математического ожидания, а непостоянством дисперсии. Дисперсия при этом линейно неограниченно растет. Из (3) следует:

$$D[Y(t+1)] = D[Y(t)] + D[R(t)] \quad (8)$$

То есть $D[Y(t)] = tD[R(t)]$.

Таким образом для принятия решения, считать ли ряд $Y(t)$ стационарным, следует рассмотреть модель его динамики

$$Y(t) = \alpha + \rho Y(t-1) + \varepsilon(t) \quad (9)$$

Необходимым условием стационарности ряда является условие

$$|\rho| < 1 \quad (10)$$

При этом, если $D[Y(t)] = \sigma_Y^2$, $D[\varepsilon(t)] = \sigma_\varepsilon^2$, должно выполняться также условие $\sigma_Y^2(1-\rho^2) = \sigma_\varepsilon^2$, которое при условии (10) непротиворечиво.

Если в зависимости (9) оказывается $|\rho| > 1$, то члены ряда экспоненциально растут. Такой ряд называется взрывным, и его невозможно даже чисто зрительно принять за стационарный.

Таким образом, оказывается, что ключевым вопросом оказывается следующий: коэффициент ρ в зависимости (9) меньше единицы (стационарный процесс) или равен единице (случайное блуждание)? Такая альтернатива называется в эконометрике *проблемой единичного корня*.

Для ее решения надо оценить регрессию (9) и протестировать гипотезу $\rho = 1$. Перепишем (9) в виде (это будет удобно для дальнейшего):

$$\Delta Y(t) = \alpha - (1-\rho)Y(t-1) + \varepsilon(t) \quad (11)$$

Где Δ - оператор разности (дифференцирования ряда): $\Delta Y(t) = Y(t) - Y(t-1)$.

(PS: На лекции я этот оператор обозначал буквой L . Это было не очень хорошо, так как стандартно буквой L обозначается оператор простого лага: $L[Y(t)] = Y(t-1)$).

Тест Дики-Фулера.

В классической регрессионной модели значимость коэффициента проверяется сравнением наблюдаемого значения статистики $t = \frac{b}{s(b)}$, где b - значение оценки, а $s(b)$ - оценка ее стандартного отклонения. Наблюдаемое значение статистики сравнивается с критическим значением распределения Стьюдента. Гипотеза о незначимости отвергается, если выполняется неравенство

$$\frac{b}{s(b)} < t_{n-k, \alpha} \quad (12)$$

где n - количество наблюдений, а k - количество регрессоров включая константу.

Однако, оказывается, что если в уравнении (9) действительно справедливо равенство $\rho = 1$, то распределение статистики t сильно отличается от распределения Стьюдента, так как распределение оценки параметра даже асимптотически не является нормальным.

Имеется (полученная Дики и Фулером с помощью компьютерных экспериментов) таблица критических значений для статистики $t = \frac{b}{s(b)}$ в этом случае (то есть когда нулевая гипотеза о нестационарности ряда верна). Соответствующие критические значения $d_{DF}(n, \alpha)$ зависят от объема выборки (длины временного ряда) и уровня значимости.

При этом критические значения Стьюдента и Дики-Фулера отличаются очень разительно. Так при ста наблюдениях на пятипроцентном уровне значимости критическое значение Стьюдента равно -1,66, а Дики-Фулера - 2,89. И это общая ситуа-

ция – если пользоваться таблицей критических значений Стьюдента гипотеза о нестационарности будет часто ложно отвергаться.

Имеется три таблицы критических значений в соответствии с тремя возможными видами регрессии (9):

Без константы и тренда: $Y(t) = \rho Y(t-1) + \varepsilon(t)$

С константой без тренда: $Y(t) = \alpha + \rho Y(t-1) + \varepsilon(t)$ (по умолчанию);

С константой и трендом: $Y(t) = \alpha + ct + \rho Y(t-1) + \varepsilon(t)$.

Тест Дики-Фулера допускает обобщение на случай авторегрессии произвольного порядка p :

$$Y(t) = \alpha + \rho_1 Y(t-1) + \dots + \rho_p Y(t-p) + \varepsilon(t) \quad (13)$$

Необходимым условием стационарности является: $|\rho_i| < 1$ для всех $i = 1, \dots, p$ и $\rho_1 + \dots + \rho_p < 1$. В случае $\rho_1 + \dots + \rho_p > 1$ ряд опять же оказывается взрывным, а при

$$\rho_1 + \dots + \rho_p = 1 \quad (14)$$

Процесс (13) называется обобщенным случайным блужданием.

Непосредственной проверкой легко увидеть, что эквивалентная форма уравнения (13) имеет вид:

$$\Delta Y(t) = \alpha - (1 - \rho_1 - \dots - \rho_p) Y(t-1) - \rho_2 \Delta Y(1) - \dots - \rho_p \Delta Y(t-p+1) + \varepsilon(t) \quad (15)$$

и условие (14) эквивалентно незначимости коэффициента при $Y(t-1)$.

Эта гипотеза проверяется с помощью небольшой (действительно небольшой) коррекции критических значений Дики-Фулера. Соответствующий тест с добавлением лагов называется ADF-тестом (augmented Dicky-Fuller test).

Мнимая регрессия.

Формальная регрессия $Y(t) = \alpha + \beta X(t) + \varepsilon(t)$ может оказаться с математической точки зрения очень хорошей (высокий коэффициент детерминации), хотя с содержательной точки зрения она вовсе не обоснована. Такая регрессия называется мнимой. Как правило причина хорошей подгонки в том, что существует какой-то третий фактор, который подобным образом действует на величины X и Y , сами же эти величины практически независимы. В случае мнимой регрессии ее остатки представляют собой нестационарный ряд.

Коинтеграция.

Определение.

Ряд $Y(t)$ называется d -интегрируемым, если ряд $\Delta^d[Y(t)]$ является стационарным.

То есть ряд становится стационарным после d -кратного применения к нему оператора разности (см. (11)). Число d называется при этом *порядком* интеграции.

Пусть имеются два ряда $Y^{(1)}(t)$ и $Y^{(2)}(t)$ одного и того же порядка интеграции d . Ряды называются коинтегрируемыми, если существует линейная комбинация $\beta_1 Y^{(1)}(t) + \beta_2 Y^{(2)}(t)$, порядок интеграции которой не выше $d-1$. Вектор (β_1, β_2) называется коинтегрирующим.

Так как умножение на константу не меняет стационарности, очевидно, можно считать, что коинтегрирующий вектор имеет вид $(-\beta, 1)$, а оценку параметра β следует искать из регрессии

$$Y^{(2)}(t) = \alpha + \beta Y^{(1)}(t) + \varepsilon(t) \quad (16)$$

Предположение о наличии коинтеграции можно принять, если остатки регрессии (16) окажутся стационарным рядом. Для этого к ряду остатков применяется тест на наличие единичного корня (см.(11)). Однако критические значения для принятия или отвержения этой гипотезы оказываются отличными от критических значений Дики-Фулера. Причина в том, что метод наименьших квадратов «выбирает» остатки

так, чтобы они имели наименьшую возможную вариацию, поэтому даже если переменные не коинтегрированы, метод наименьших квадратов делает остатки «похожими» на стационарные. Поэтому при использовании ADF теста гипотеза о нестационарности отвергается слишком часто, в связи с чем принимается ошибочное решение о наличии коинтеграции.

Для этого (опять же методом компьютерного стимулирования) получена другая таблица критических значений (таблица Мак-Киннона). Так же, как и таблица Дики-Фулера, она встроена в R.

Причинность по Грейнджеру.

Говорят, что ряд X_t оказывает причинное действие на ряд Y_t , если изменения значений ряда X вызывают изменения значений Y в будущем. То есть в регрессии значений Y_t на лаги переменной X_{t-i} при некоторых значениях i соответствующие коэффициенты оказываются значимыми.

Тест Грейнджера заключается в том, что оцениваются по отдельности две регрессии

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_p X_{t-p} + \varepsilon_t \\ X_t &= \gamma_0 + \gamma_1 Y_{t-1} + \dots + \gamma_p Y_{t-p} + \delta_1 X_{t-1} + \dots + \delta_p X_{t-p} + u_t \end{aligned} \quad (17)$$

В первой проверяется гипотеза о наличии причинности X по отношению к Y , во второй – наоборот. При этом нулевой гипотезой является отсутствие причинности.

Тест Грейнджера также встроен в R.

Примерные задания контрольной работы

Используя следующий R-код, исследовать на нестационарность, коинтегрируемость и причинность заданные ряды (D1,D2)

```
library(fUnitRoots); library(lmtest); library(urca); library(fBasics)
```

```

# ЗАДАНИЕ РЯДЫ
cbind(D1,D2)
plot(D1,type="l",ylim=c(min(D2),max(D2))); lines(D2,col="RED")
# ПРОВЕРКА НЕСТАЦИОНАРНОСТИ

ADF_PVALUE_D1<-adfTest(D1,lags=1,type="c")@test$p.value; ADF_PVALUE_D1
ADF_PVALUE_D2<-adfTest(D2,lags=1,type="c")@test$p.value; ADF_PVALUE_D2

# ТЕСТ НА КОИНТЕГРИРУЕМОСТЬ

RES<-lm(D2~D1)$residuals
RES_STAT<-adfTest(RES,type="c")@test$statistic; RES_STAT
qunitroot(p=0.05,N=200, trend="c")

# ТЕСТ ГРЭНДЖЕРА НА ПРИЧИННОСТЬ

summary(lm(D2~D1))
grangertest(D1,D2,order=2); grangertest(D2,D1,order=2)

```

Критерии бальной оценки различных форм текущего контроля успеваемости

Критерии бальной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержится в соответствующих методических рекомендациях Департамента математики.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. *«Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, знаний и умений

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
Способность анализировать финансовую информацию, рассчитывать финансовые показатели, в том числе, в условиях неопределенности (ПКП-1)	1. Владеет методиками расчета финансовых показателей, в том числе в условиях неопределенности.	Знать Основные финансовые показатели и математическую формулировку соотношений между ними. Уметь Строить регрессионные модели, проводить анализ моделей.	Рассмотреть AR-модель ряда логарифмов цен рискованного финансового актива (акции). Проверить гипотезу эффективного рынка. Проверить условие самоподобия ряда доходностей финансового актива.
	2. Рассчитывает и интерпретирует финансовые показатели на основе финансовой информации	Знать базовые модели временных рядов, используемые для описания финансовых процессов. Уметь Использовать программные средства (R, Matlab и др.) для расчетов финансовых показателей.	Проверить наличие возможности коинтеграции двух рядов логарифмов цен. Провести тест Гренджера на причинность.
	3. Анализирует финансовую информацию, представленную в различной форме, с использованием современного инструментария.	Знать формулировки моделей, используемых в современной финансовой математике. Уметь адаптировать общие модели для решения конкретной задачи в исследуемой области	Построить фрактальную модель для заданного финансового актива. Выявить наличие персистентности.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Случайные процессы. Процессы с независимыми приращениями. Дискретные процессы. Автокорреляционная функция.
2. Временной ряд. Автокорреляционная функция временного ряда.
3. Стационарный процесс. Сильная и слабая стационарность. Стационарный временной ряд.

4. Операторы лага и разности. Кумулятивная сумма. Временные ряды класса $I(d)$.
5. Модели ARMA стационарных рядов.
6. Стационарность ряда $MA(q)$. Условие стационарности ряда $AR(1)$.
7. Условие стационарности $AR(2)$.
8. Условие стационарности $ARMA(1,1)$. Модели G
9. Модели ARIMA. Операторная запись. Формулировка модели ARFIMA.
10. Условная гетероскедастичность. Модель $GARCH(p,q)$.
11. Сведение модели $GARCH$ к модели ARIMA.
12. Случайные блуждания. Нестационарность процесса случайного блуждания. Проблема единичного корня. Тест Дики-Фулера.
13. Расширенный тест Дики-Фулера (ADF-тест).
14. Кointегрируемость временных рядов.
15. Тест Гренджера на причинность.
16. Самоподобные процессы. Индекс самоподобия.
17. Индекс Херста. RSS-анализ. Персистентные и антиперсистентные процессы.
18. Детерминированная составляющая временного ряда. Динамическая система. Аттрактор.
19. Нелинейные динамические системы. Зависимость от начальных данных.
20. Корреляционный интеграл.
21. Фракталы. Странные аттракторы нелинейных динамических систем.
22. Теоремы Моне и Такенса. Восстановление фазового пространства.
23. Моделирование детерминированной составляющей.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Кремер, Н. Ш. Эконометрика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Юрайт, 2023. — 308 с. — (Высшее образование). — Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510046> (дата обращения: 20.10.2022). — Текст : электронный

2. Подкорытова, О. А. Анализ временных рядов : учебное пособие для вузов / О. А. Подкорытова, М. В. Соколов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2022. — 267 с. — (Высшее образование). — Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489536> (дата обращения: 20.10.2022). — Текст : электронный

Дополнительная литература:

3. Носко, В. П. Эконометрика : учебник : в 2 книгах / В. П. Носко ; Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации. — Москва : Дело, 2021. — Книга 1. Часть 1. Основные понятия, элементарные методы, часть 2. Регрессионный анализ временных рядов. — 704 с.: ил. — (Академический учебник). — ЭБС Университетская библиотека online. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=685857> (дата обращения: 20.10.2022). — Текст : электронный.

4. Плотников, А. Н. Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов : учебное пособие для вузов / А. Н. Плотников. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 212 с. — Текст : электронный — ЭБС Лань. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179030> (дата обращения: 20.10.2022). — Текст : электронный

5. Валеев, Н. Н. Анализ временных рядов и прогнозирование : учебное пособие / Н. Н. Валеев, А. В. Аксянова, Г. А. Гадельшина ; Казанский государственный технологический университет. — Казань : Казанский научно-исследовательский тех-

нологический университет (КНИТУ), 2010. – 160 с. – ЭБС Университетская библиотека online. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=270575> (дата обращения: 20.10.2022). – Текст : электронный

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета (электронная библиотека, ресурсы на русском языке):

http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=rus

2. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета (электронная библиотека, ресурсы на иностранных языках):

http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=en

3. Центральный банк Российской Федерации: <http://www.cbr.ru/>

4. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
(<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)

5. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

6. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОН-ЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>

7. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>

8. «Деловая онлайн библиотека» издательства «Альпина Паблишер»
<https://finunivers.alpinadigital.ru/>

9. Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
<https://e.lanbook.com/>

10. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>

11. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины.

Сроки выполнения ДКР указываются в учебно-тематическом плане изучения дисциплины. Конкретные сроки сдачи ДКР устанавливаются преподавателем. Оценка за ДКР выставляется по итогам проверки отчета и устного собеседования по работе. Эта оценка является существенной компонентой оценки самостоятельной работы студента в течение семестра.

Сдача зачета производится в компьютерном классе. Расчеты выполняются в программной среде (рекомендуемая – R-studio), а результаты оформляются в виде текстового документа, который и сдается на проверку.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11. 1. Комплект лицензионного программного обеспечения

1. Windows, Microsoft Office.

2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации - не используются

11.4. Программная среда R.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Практические занятия по дисциплине проходят в компьютерном классе.